

Sprawozdanie z III Światowego Dnia Logiki

Maciej Głowacki, Jakub Sochacki, Bartosz Wesół
(Uniwersytet Warszawski, Wydział Filozofii)

Wprowadzenie

14 stycznia 2021 r. w 120. rocznicę urodzin Alfreda Tarskiego i jednocześnie w 43. rocznicę śmierci Kurta Gödla, społeczność akademicka obchodziła trzeci Światowy Dzień Logiki. Uroczystość, której pomysłodawcą jest Jean-Yves Béziau, ma na celu m.in. rozwój badań logicznych na świecie, rozwijanie współpracy między badaczami zajmującymi się logiką oraz popularyzację logiki zarówno w środowisku akademickim, jak i poza nim.

W ramach tegorocznych obchodów odbyło się ponad 70 wydarzeń¹ na całym świecie. W wydarzeniu otwierającym obchody² brało udział ponad 40 logików i kierowników instytutów naukowych z całego świata, wśród nich również przedstawiciele polskich ośrodków badawczych: Katarzyna Gan-Krzywoszyńska (UAM), Jacek Malinowski (IFiS PAN), Jan Woleński (UJ). W ceremonii brała udział Maria Edileuza Fontinele Reis, była delegatka Brazylii w UNESCO. W Polsce Światowy Dzień Logiki obchodzony był m.in. przez Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu oraz Uniwersytet Łódzki, które razem zorganizowały konferencję poświęconą pamięci dwóch wybitnych polskich logików: Ro-

¹ Ich listę można znaleźć pod adresem: http://www.wld.cipsh.international/wld.html?fbclid=IwAR0rtyY0xB0a9t_3cftFloRIXfCuz6DZQB7UDgRtCJuXluljw85ND7ktSBk.

² Link do nagrania: <https://www.youtube.com/watch?v=vjmvMiQ1p-U>.

mana Suszki oraz Jana Gregorowicza. Również Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu z tej okazji zorganizował otwarty wykład online.

Tak jak w latach poprzednich, do obchodów dołączył również Wydział Filozofii Uniwersytetu Warszawskiego. Organizatorami Światowego Dnia Logiki na tym wydziale byli Stanisław Krajewski i Marcin Trepczyński. Tegoroczne wydarzenie miało specjalny charakter, z uwagi bowiem na trwającą pandemię koronawirusa odbywało się w całości w internecie. Poza oczywistymi względami bezpieczeństwa rozwiązanie to miało dodatkową zaletę, ponieważ umożliwiło udział w spotkaniu znacznie większej liczbie osób, które normalnie nie mogłyby w nim uczestniczyć z powodu terminu lub lokalizacji. Spotkanie było też w całości nagrywane i jest dostępne na portalu YouTube³.

Twierdzenie Gödla dla laików – i co z niego (nie) wynika **– S. Krajewski**

W ramach obchodów Światowego Dnia Logiki na Wydziale Filozofii UW odbył się wykład Stanisława Krajewskiego pt. *Twierdzenie Gödla dla laików – i co z niego (nie) wynika*. Krajewski tak mówił o temacie swojego wykładu:

Od czasów Leibniza istnieje wyobrażenie, że prawdziwość można utożsamić z dowodliwością w stylu matematycznym. Hilbert chciał, żeby dowieść w sposób niepowątpiewalny niesprzeczności matematyki. Dziewięćdziesiąt lat temu logik Gödel dowiódł, że te cele są nieosiągalne. A jednak bardzo wiele da się osiągnąć – o tym świadczy obecna wirtualna rzeczywistość. Jest ona oparta na programowaniu, którego idea pojawiła się u Gödla⁴.

Stanisław Krajewski zaczął swój wykład od zarysowania odpowiedniego tła dla prezentacji twierdzenia Gödla. Tym tłem jest marzenie myślicieli takich jak Leibniz, Frege i Russell o filozofii sprowadzonej do rachunku logicznego. Wyrazami dążenia do osiągnięcia tego ideału są takie dzieła jak Fregowskie *Be-griffsschrift* czy *Principia Mathematica* Russella i Whiteheada. W filozofii matematyki XX wieku jego manifestacją był też program Hilberta polegający na

³ Link do nagrania: <https://www.youtube.com/watch?v=OQOjSCmB1TY>.

⁴ Cytat za: <https://www.uw.edu.pl/dzien-logiki-2021-na-uw/>.

dążeniu do pełnej aksjomatyzacji matematyki oraz na udowodnieniu, że matematyka jako system aksjomatyczny jest niesprzeczna.

Prace Gödla z lat 30. XX wieku położyły kres temu marzeniu. Pierwsze twierdzenie Gödla pokazało, że nie da się zak্সjomatyzować arytmetyki w sposób jednocześnie zupełny i niesprzeczny: dla każdej teorii aksjomatycznej wystarczająco silnej, by wyrazić pojęcia arytmetyczne, istnieją zdania w języku tej teorii, których nie potrafi ona ani potwierdzić, ani obalić. Natomiast w ramach drugiego twierdzenia Gödel dowiódł, że żadna taka teoria nie będzie mogła udowodnić własnej niesprzeczności w sposób finitystyczny, czyli odwołując się wyłącznie do skończonych obiektów syntaktycznych, takich jak dowody, skończone ciągi twierzeń itp.

W swoim wystąpieniu Krajewski naszkicował główne idee dowodów obu twierdzeń, zręcznie pomijając wiele technicznych szczegółów, trudnych do przedstawienia publiczności w tak krótkim czasie. Podał też inne sformułowanie pierwszego twierdzenia Gödla, bliższe słuchaczom zaznajomionym z podstawowymi pojęciami informatyki teoretycznej: „Żaden program, który produkuje tylko prawdziwe zdania arytmetyki, nie może wyprowadzić ich wszystkich”. Idea dowodu jest następująca. Gdyby taki program P istniał, to można by skonstruować zdanie arytmetyczne Z równoważne zdaniu „Program P nie produkuje zdania Z ”. Wówczas program P faktycznie nie produkuje Z . Gdyby bowiem P produkował Z , to Z musiałoby być zdaniem prawdziwym. Ale skoro tak, to prawdziwe jest zdanie „Program P nie produkuje zdania Z ”. A zatem Program P nie produkuje zdania Z , co jest sprzeczne z założeniem, że produkuje wszystkie prawdziwe zdania arytmetyki. Natomiast gdyby P nie produkował Z , to zdanie „Program P nie produkuje zdania Z ” musiałoby być fałszywe. A zatem program P produkuje zdanie Z , co przeczy założeniu, że P nie produkuje Z . Wynika stąd, że zdanie Z jest prawdziwym zdaniem arytmetyki, które nie jest produkowane przez program P .

Można zauważyć, że dowód ten jest w istocie sformalizowaniem rozumowania stojącego za starożytnym paradoksem kłamcy. Gödel w swojej pracy pokazał, że rozumowanie to jest możliwe do sformalizowania w każdej teorii aksjomatycznej wystarczająco silnej, by wyrazić elementarną arytmetykę. Metoda, którą tego dokonał, była zupełnie nowatorska i dała podstawy nie tylko dużej części współczesnej logiki, lecz także informatyce. Pozwala ona w bardzo sprytny sposób kodować zdania takie jak „ X jest aksjomatem teorii T ”, „Istnieje dowód

zdania Z z aksjomatów teorii T ” czy „Teoria T jest niesprzeczna”. Kodowanie to polega, w dużym uproszczeniu, na przypisywaniu symbolom języka arytmetyki liczb naturalnych w taki sposób, by prawdziwe zdania o ciągach tych symboli były prawdziwymi zdaniami o ciągach liczb, które je kodują.

Możliwość wyrażenia zdania „Teoria T jest niesprzeczna” w języku elementarnej arytmetyki prowadzi do dowodu drugiego twierdzenia Gödla. Dowód przebiega następująco. Niech T będzie teorią niesprzeczną zawierającą elementarną arytmetykę i niech $Cons_T$ będzie zdaniem wyrażającym niesprzeczność teorii T . Formalizując wewnątrz teorii T dowód I twierdzenia Gödla, można pokazać, że dowodliwe jest zdanie „Jeśli $Cons_T$, to Z ”, gdzie Z jest zdaniem stwierdzającym własną niedowodliwość. Ale skoro tak, to gdyby $Cons_T$ było dowodliwe, to również Z byłoby dowodliwe, a z dowodu I twierdzenia Gödla wiemy, że nie jest. A zatem $Cons_T$ nie jest dowodliwe.

Podsumowując, twierdzenie Gödla stawia nas w zadziwiającej sytuacji. Z jednej strony wierzymy, że elementarna arytmetyka jest niesprzeczna. Celem programu Hilberta było udowodnienie tego w sposób ścisły. Zamiast tego Gödel udowodnił, że taki dowód jest niemożliwy: wykazał, że nie ma finitystycznego dowodu, że nie ma dowodu niesprzeczności. Co więcej, jak zauważył Krajewski, dalsza historia XX-wiecznej logiki skomplikowała ten obraz jeszcze bardziej. Amerykański logik Solomon Feferman dowiódł później, że jeśli sformalizujemy pojęcie dowodu w niestandardowy sposób, to nie da się udowodnić twierdzenia Gödla. Udowodnił więc, że przy takiej formalizacji metamatematyki nie ma dowodu na to, że nie ma dowodu niesprzeczności.

W dalszej części wykładu Krajewski skupił się na konsekwencjach, które wyciągane są często z twierdzeń Gödla. Oczywistymi konsekwencjami jest wskazywanie granic formalizacji; twierdzenie Gödla pokazało, że każda wystarczająco silna teoria aksjomatyczna jest w istotny sposób niezupełna. Kolejną konsekwencją, może bardziej techniki dowodowej Gödla niż samego twierdzenia, jest uściślenie i matematyzacja wielu pojęć, które wcześniej miały jedynie intuicyjny sens w praktyce logicznej.

Poza tymi oczywistymi konsekwencjami twierdzeń Gödla można podać także liczne implikacje filozoficzne tych twierdzeń. Należy jednak pamiętać, że odnoszą się one do systemów formalnych i trudno w łatwy sposób zaaplikować je do innych rodzajów teorii. Lekceważenie tego faktu prowadzi do licznych nieporozumień i wyciągania zbyt pochopnych wniosków.

Jedną z najgłośniejszych i zarazem najbardziej kontrowersyjnych konsekwencji filozoficznych wyciąganych z twierdzenia Gödla jest twierdzenie o naturze umysłu. Zgodnie z nim umysł ludzki nie jest maszyną liczącą. Taką konsekwencję wywodzą z twierdzenia Gödla tak wybitni naukowcy jak Roger Penrose⁵. Argument przebiega następująco. Gdyby umysł ludzki był maszyną, to byłby równoważny jakiejś maszynie M . Jeśli dowodzone przez nią twierdzenia są nawzajem sprzeczne, to nie jest równoważna umysłowi, co jest sprzeczne z założeniem. Jeśli są niesprzeczne, to zdanie Z , stwierdzające własną niedowodliwość, nie jest przez nią dowodliwe, a przez ludzki umysł jest dowodliwe. A zatem nie ma równoważności między ludzkim umysłem a maszyną.

Pomimo swojej efektywności rozumowanie to nie jest poprawne. Już Gödel zauważył, że teoretycznie może istnieć maszyna, która umie wyprodukować takie twierdzenia jak my. Ale nie możemy zaprogramować tej maszyny w standardowy sposób. Gdyby taka maszyna istniała, nie moglibyśmy dowieść ani tej równoważności, ani niesprzeczności twierdzeń produkowanych przez tę maszynę. Maszyna ta mogłaby zaś za pomocą rozumowania Penrose'a próbować udowodnić, że z twierdzenia Gödla wynika, że nie jest równoważna ludzkemu umysłowi! Ani ona, ani ludzki umysł nie mogłyby jednak tego dowieść. Gdybyśmy bowiem udowodnili, że pewna maszyna M jest równoważna ludzkemu umysłowi, moglibyśmy łatwo pokazać, że wszystkie zdania arytmetyczne, które ona wyprodukuje, będą prawdziwe. Jeśli zaś wszystkie są prawdziwe, to muszą tworzyć niesprzeczny system zdań. Udowodnilibyśmy więc niesprzeczność arytmetyki, wbrew drugiemu twierdzeniu Gödla.

Twierdzenie Gödla jest więc bardzo potężnym narzędziem pozwalającym udowodnić wiele doniosłych wyników. Należy być jednak bardzo ostrożnym w wyciąganiu z niego daleko idących konsekwencji, wykraczających poza dziedzinę nauk formalnych. Próby takie są jednak podejmowane zarówno przez filozofów, jak i prawników, artystów czy fizyków, nawet tak wybitnych jak Roger Penrose.

Obchody centralne 3rd WoLogic Day

W ramach tegorocznego Światowego Dnia Logiki odbyło się również specjalne wydarzenie organizowane przez twórców Kongresu *Logic and Religion*. Była to

⁵ R. Penrose (1994), *Mathematical intelligence*, w: J. Khalfa (red.), *What is Intelligence?*, Cambridge, Cambridge University Press, str. 107–136.

seria wykładów online podzielona na 3 sekcje, trwające po około 3 godziny każda. Wirtualna forma pozwoliła na udział osobom z całego świata oraz ułatwiła utrwalenie wydarzenia w formie nagrań, które są dostępne w serwisie YouTube⁶. W sumie w wydarzeniu wzięło udział siedemnastu mówców, w tym również dwóch pracowników naukowych Wydziału Filozofii UW: Stanisław Krajewski oraz Marcin Trepczyński, którzy organizowali drugą edycję Kongresu, który odbył się w Warszawie w 2017 roku.

Ta swego rodzaju minikonferencja miała na celu m.in. promocję następnego – Trzeciego Kongresu Logiki i Religii, który planowo ma odbyć się stacjonarnie w Waranasi w Indiach w listopadzie 2021 roku (choć na razie z powodu pandemii koronawirusa jest to data jedynie planowana).

Nie sposób w tym krótkim sprawozdaniu przedstawić treści wszystkich wykładów, dlatego zdecydowaliśmy się na (subiektywny) wybór dwóch z nich, które streszczamy poniżej.

Gödel i Bóg – P. Odifreddi

Piergiorgio Odifreddi wygłosił referat pt. *Gödel and God*, w którym przedstawił jedną ze współczesnych modyfikacji Gödłowskiego dowodu istnienia Boga. Prezentację tę można podzielić na dwie części: pierwsza stanowi zarys szerokiego, bo sięgającego aż do Anzelmusa z Canterbury, kontekstu historycznego dowodu Gödla, druga stanowi część właściwą referatu, tj. oryginalny dowód i jego współczesną modyfikację. Sądząc po dysproporcji między obiema częściami, referentowi zależało bardziej na ukazaniu zakorzenienia pracy Gödla w tradycji filozoficznej, niż analizowaniu jej od strony logicznej.

Referat rozpoczyna się przytoczeniem fragmentu dziennika R. Carnapa z 13 listopada 1940 r., w którym opisana została krótka rozmowa z Gödlem. Miał on stwierdzić, że „należy opracować formalną teorię metafizyki zawierającą takie pojęcia jak «Bóg» oraz «dusza»”. Na odpowiedź Carnapa, skądinąd łatwą do przewidzenia, że tego rodzaju teoria stanowiłaby jedynie „nienaukową mitologię, która prowadziłyby donikąd”, Gödel odparł krótko: „Nie zgadzam się. W każdym razie, aby być pewnym, trzeba spróbować”. Pierwsza zachowana próba dowodu pochodzi z roku 1941, notatki z lat 1944 i 1954 świadczą zaś o postępach

⁶ URL: <https://www.youtube.com/channel/UCN2ngC3pV9j1eR-YdDCf7Q>.

Gödla w tej materii. Ostateczna forma dowodu pochodzi z 1970 r. i to właśnie jej współczesna modyfikacja stanowi główny temat referatu Odifreddiego.

Referent podejmuje temat relacji między wiarą a rozumem, wychodząc od różnienia na dwie postawy obecne w filozofii średniowiecznej. Pierwsza, reprezentowana przez Anzelma z Canterbury, streszcza się w słynnej maksymie *Credo ut intelligam*, druga, której przedstawicielem miał być Abelard, jest odwrotnością pierwszej: *Intelligo ut credam*. Po konstatacji, że logikom z pewnością bliższa jest postawa Abelarda, Odifreddi zauważa, że Gödel w pracy nad dowodem istnienia Boga poszedł tropem Anzelma, wpisując się tym samym w wielowiekową tradycję apriorycznych dowodów ontologicznych. W dalszej części referatu temat rozumu i wiary nie zostaje podjęty.

Trzy wersje dowodu ontologicznego skrótkowo przedstawione przez Odifreddiego będą tutaj kluczowe: anzelmiańska – jako punkt wyjścia, kartezjańska – stanowiąca, jak zauważa referent, uściślenie pierwszej, oraz ta, do której bezpośrednio odnosił się Gödel – wersja Leibniza. Odifreddi zauważa, że dowód Anzelma w zasadzie sprowadza się do pomysłowej definicji Boga jako „bytu, ponad którego nic większego nie może być pomyślane”. Istotny wkład Kartezjusza miał polegać na nadaniu dowodowi „bardziej matematycznego kształtu”. Kartezjańska definicja Boga przytoczona przez prelegenta brzmi: „Bóg jest najdoskonalszym bytem, tzn. bytem, który posiada wszystkie doskonałości”. Descartes wskazał na konieczne dla powodzenia jego argumentacji przyjęcie aksjomatu, który mówi, że „istnienie jest doskonałością” (we wnioskowaniu Anzelma został on przyjęty milcząco). Jeśli zgodzimy się na ten aksjomat, dowód wydaje się oczywisty: skoro Bóg posiada wszystkie doskonałości, to w szczególności posiada istnienie, a zatem Bóg musi istnieć (istnieje z konieczności).

Leibniz podjął własną próbę dowodu, zaczynając od krytyki argumentacji Kartezjusza. Zauważa on, że Descartes w rzeczywistości nie dowiódł samego istnienia Boga, ale jedynie implikację: *jeśli* Bóg jako byt, który zawiera wszystkie doskonałości, jest możliwy, *to* Bóg istnieje. Pozostawało więc dowieść poprzednik implikacji, czyli możliwość istnienia takiego bytu, a mówiąc inaczej, niesprzeczność współistnienia wszystkich doskonałości w jednym bycie. Doskonałość Leibniz definiował jako własność, która m.in. odznacza się prostotą. Tym samym jeżeli weźmiemy pewne dwie dowolne doskonałości, okazuje się, że nie jest prawdą, że są one z sobą niezgodne. Z jednej strony bowiem nie można ich sprowadzić do własności z sobą niezgodnych (są przecież proste), z drugiej nie

otrzymujemy ich niezgodności „w pierwszym kroku”. Z tego, że dowolne doskonałości są parami zgodne, Leibniz wnioskował, iż wszystkie są ze sobą zgodne. Skoro wszystkie doskonałości są ze sobą zgodne, to mogą być orzekane o jednym przedmiocie, co oznacza, że istnienie Boga jest możliwe i w takim razie, na mocy implikacji dowiedzionej przez Kartezjusza, Bóg istnieje. Jeżeli zaś istnienie Boga wynika *a priori* z jego pojęcia – Bóg istnieje z konieczności.

Po omówieniu pozytywnych ujęć w filozofii nowożytnej Odifreddi wspomina o dobrze znanej krytyce dowodów ontologicznych przeprowadzonej przez Hume’a i Kanta. W kontekście dowodu Gödla szczególnie istotna wydaje się argumentacja Kanta – dała ona podstawę do powszechnego do dziś przekonania o bezsensowności apriorycznych dowodów istnienia Boga. W duchu Kanta pozostaje stwierdzenie Fregego, wedle którego, jak zauważa prelegent, zasadniczym problemem dowodów ontologicznych jest traktowanie „istnienia” jako pojęcia pierwszego, nie zaś drugiego rzędu. Odifreddi nie skupia się jednak na krytyce, ale przede wszystkim zwraca uwagę na najważniejsze w tym kontekście Leibnizjańskie sformułowanie dowodu.

Gödel nie uznawał argumentacji Leibniza za możliwością istnienia Boga. Wskazał on na poważną lukę w jego wywodzie: przejście między lokalną a globalną zgodnością doskonałości jest nieuprawnione. Odifreddi tłumaczy ten błąd logiczny na przykładzie liczb całkowitych. Rozważmy zbiór złożony z własności bycia większym od kolejnych liczb całkowitych, tzn. własność bycia większym od 1, od 2, 3 itd. Takie własności są parami zgodne. Jeśli weźmiemy własność bycia większym od m oraz własność bycia większym od n , to są one prawdziwie orzekane o każdej liczbie większej od m i n . Jednak nie wynika z tego, że wszystkie własności z naszego zbioru są zgodne. Aby wszystkie te własności mogły być jednocześnie prawdziwe, musiałaby istnieć największa liczba całkowita, co jest oczywistym fałszem. Bycie zgodnym parami nie pociąga więc zgodności globalnej.

Prezentacja dowodu Gödla w referacie Odifreddiego sprowadza się do wyróżnienia kluczowej definicji, tj. „Boga jako bytu posiadającego wszystkie pozytywne własności” oraz podania aksjomatów, które charakteryzują pojęcie pozytywnej własności⁷. Odifreddi zauważył jedynie, że dowód był przeprowa-

⁷ Znacznie bardziej szczegółowe omówienie oryginalnej wersji dowodu Gödla można znaleźć chociażby w Encyklopedii Stanfordzkiej: G. Oppy, *Ontological Arguments*, w: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2020 Edition), ed. E.N. Zalta, URL: <https://plato.stanford.edu/entries/ontological-arguments/>.

dzony w systemie logiki modalnej, który okazał się zbyt mocny. W konsekwencji konieczność, czyli prawdziwość we wszystkich światach możliwych, okazała się tożsama z prawdziwością (*collapse of modalities*). Gödel podobno nie był świadomy tego problemu, który według Odifreddiego istotnie krzyżuje jego plany⁸.

Odifreddi zauważył, że można pozbyć się modalności z dowodu Gödla i przetłumaczyć go na dowód istnienia Boga w logice pierwszego rzędu. Wyniki swojej pracy przedstawił na międzynarodowym sympozjum *Horizons of Truth* zorganizowanym w 2006 roku z okazji 100. rocznicy urodzin Kurta Gödla. Kluczowym punktem jego wykładu była obserwacja, że zbiór wszystkich pozytywnych własności określony przez wyrażone w logice pierwszego rzędu definicje i aksjomaty Gödłowskie jest w gruncie rzeczy ultrafiltrem. Warto przyjrzeć się jego spostrzeżeniu uważniej.

Nie miejsce tutaj na szczegółowe porównanie aksjomatów. Poniższe omówienie ma jedynie pokazać, w jaki sposób aksjomaty oryginalnego dowodu pozwalają Odifreddiemu w jego matematycznej wersji zinterpretować Boga jako ultrafiltr.

Gödlowski „aksjomat możliwości” stwierdza, że własność bycia Bogiem jest własnością pozytywną. Odpowiada mu warunek należenia zbioru, na którym określony jest filtr, do tego właśnie filtru. „Aksjomatowi lokalności”, wedle którego własności pozytywne są parami zgodne, ma odpowiadać własność domknięcia na przecięcie. „Aksjomat istnienia” mówi, że własności puste (przez nic nie egzemplifikowane) nie są pozytywne, co w matematycznej interpretacji oznacza wykluczenie zbioru pustego z filtra. „Aksjomat maksymalności” stwierdza, że każde rozszerzenie własności pozytywnej jest własnością pozytywną, co odpowiada własności *upper closure*, wedle której każdy zbiór, do którego należy dowolny element filtra, też należy do filtra. Cztery powyższe aksjomaty pozwalają uznać zbiór własności pozytywnych, czyli pewną klasę (własności bowiem w tej interpretacji są zbiorami) za filtr. „Aksjomatowi jedyności”, wedle którego każda własność lub jej negacja jest pozytywna, odpowiada warunek, zgodnie z którym każde rozszerzenie (nadzbiór) filtra jest trywialne, czyli albo jest tym filtrem, albo nie jest filtrem właściwym. Filtr spełniający ten warunek jest filtrem maksymalny lub mówiąc inaczej, ultrafiltrem.

⁸ Srećko Kovač, który również uczestniczył w Dniu Logiki, zdaje się nie zgadzać z tym poglądem. S. Kovač, *Modal collapse in Gödel's ontological proof*, w: *Ontological Proofs Today*, ed. M. Szatkowski, Ontos Verlag, Frankfurt 2012, s. 323–344.

To przeformułowanie aksjomatów Gödla dało początek interesującym rozważaniom. M.in. obecny na wspomnianym sympozjum Harvey Friedman dzięki spostrzeżeniu Odifreddiego mógł kilka lat później opracować swój słynny „boski” dowód niesprzeczności matematyki (*A divine consistency proof for mathematics*).

Ostatnia część referatu Odifreddiego ma charakter bardziej anegdotyczno-biograficzny⁹ i poświęcona jest pytaniu, czy Gödel wierzył, nie tyle nawet w słuszność swojego dowodu, ile w tezę, którą chciał udowodnić. Odifreddi, opierając się przede wszystkim na korespondencji Gödla z matką i z logikiem Hao Wangiem, wymienia „listę rzeczy, w których istnienie wierzył Gödel”, były to: życie pozagrobowe i dusze zmarłych, parapsychologia i telepatia, zbiory i pojęcia, oraz Bóg – w przeciwieństwie do Einsteina – bardziej Bóg Leibniza, niż Spinozy.

Kilka refleksji na temat pojęcia Boga – R. Silvestre

Całe wydarzenie zamknął wykład Ricardo Silvestre’a (jednego z pomysłodawców Kongresu) zatytułowany *Kilka refleksji na temat pojęcia Boga (Some Reflections on the Concept of God)*. Wystąpienie skupiało się wokół idei „akceptowalności” (*plausibility*)¹⁰ pojęcia Boga, a wynikiem rozważań była przedstawiona w zarysie teoria pojęć, która umożliwia uporanie się z dwoma zasadniczymi trudnościami związanymi z tym pojęciem.

Na wstępie Silvestre zaznaczył, że będzie mówił o monoteistycznym pojęciu Boga, z którym wiąże się założenie, że istnieje co najwyżej jeden przedmiot podpadający pod to pojęcie. Następnie mówił on o dwóch podstawowych kwestiach, które porusza się we współczesnej debacie teistycznej:

- (1) Spójność pojęcia Boga;
- (2) Argumenty za lub przeciw istnieniu Boga (tj. obiektu, który podpadałby pod wcześniej scharakteryzowane pojęcie).

⁹ Warto w tym miejscu zauważyć, że Odifreddi jest autorem biografii Gödla pt. *Il dio della logica. Vita geniale di Kurt Gödel matematico della filosofia*.

¹⁰ Termin *plausible* trudno jest oddać w języku polskim. Inne możliwe tłumaczenia to: „prawdopodobny”, „rzeczowy”, „możliwy do przyjęcia”, „wiarygodny”.

„Akceptowalność” pojęcia Boga ma być pewną „drogą pośrednią” pomiędzy (1) oraz (2). Silvestre zauważył, że oba te poziomy rozważań – pojęciowy i przedmiotowy – istotnie na siebie wpływają. Stwierdził, że prawdopodobnie większość ludzi chętniej przyjąłaby istnienie miłosiernego Boga, który kocha wszystkich ludzi w sposób równy itd., niż istnienie Boga, który jest mściwy i niesprawiedliwy. Ten przykład zdaniem prelegenta pokazuje, że możemy mieć dwa różne pojęcia Boga, których treść do pewnego stopnia determinuje to, na ile jesteśmy gotowi przypisać Mu istnienie. Według Silvestre’a możemy zatem mówić o tym, że jedno pojęcie Boga jest bardziej *akceptowalne* od innego. Nasuwa się jednak problem: czy w ogóle możemy mówić o czymś takim jak „akceptowalność” pojęć? Zazwyczaj używamy tego określenia w odniesieniu do sądów (*plausibility of propositions*), nie zaś do pojęć. W dalszej części wystąpienia Silvestre zarysował teorię pojęć, która ma ten problem rozwiązać.

Punktem wyjścia dla jego rozważań była *klasyczna teoria pojęć*, według której pojęcie charakteryzowane jest przez listę koniecznych i łącznie wystarczających warunków, czyli po prostu: definicję. Warunki te to cechy, które musi posiadać przedmiot, by móc podpaść pod dane pojęcie. W odniesieniu do pojęcia Boga są to zazwyczaj cechy takie jak: wszechwiedza, wszechmoc i wszechdobroć. Ponadto wiele klasycznych teorii mówi o tym, że pojęcia mogą być reprezentowane przez jakiś obiekt: np. prototyp, zbiór egzemplarzy itp. Ten aspekt klasycznej teorii Silvestre nazwał reprezentacyjnym.

Silvestre zaznaczył, że opisane wyżej podejście *definicyjno-reprezentacyjne* od lat jest krytykowane i posiada wiele wad. Najpoważniejsza z nich z punktu widzenia niniejszych rozważań jest taka, że na gruncie tej koncepcji nie sposób mówić o *akceptowalności* pojęć. Dodatkowo, jeżeli założymy „pluralizm pojęć Boga” – według którego mamy do czynienia z wieloma różnymi pojęciami Boga (jak chociażby chrześcijańskim, judaistycznym czy muzułmańskim) – pojawiają się dwa zasadnicze problemy, które Silvestre rozważył w dalszej części wykładu.

Pierwszy problem to problem „pojęciowej jedności” (*conceptual unity*): co sprawia, że wszystkie te pojęcia to właśnie pojęcia Boga – pojęcia tej samej kategorii? Co łączy je wszystkie jako pojęcia Boga? Przecież w większości są one od siebie bardzo różne, a czasem nawet sprzeczne.

Drugim to problem „jedynośći ekstensji” (*unicity of extension*): co, jeśli pod te różne pojęcia podpadają różne przedmioty? Klóci się to z fundamentalnym założeniem monoteizmu, że istnieje wyłącznie jeden Bóg.

W odpowiedzi na te trudności Silvestre sformułował w zarysie swoją *teorię pojęć idealnych (ideałów)*, którą można zrekonstruować w następujący sposób. Zazwyczaj o ideałach mówi się jako o indywidualnych egzemplarzach pewnej kategorii („prototypach”) reprezentujących ją w sposób doskonały. Są to obiekty abstrakcyjne i – co istotne w niniejszym kontekście – mogą być nimi również pojęcia.

Niech C będzie pojęciem, zaś c odpowiadającym mu ideałem, powiedzmy „reprezentantem C ”. Wtedy pojęcie C będzie to tyle, co para $\langle C, \Delta_C \rangle$, gdzie Δ_C to lista własności posiadanych przez c . Nazwijmy c I-pojęciem C , zaś D-pojęciem C .

Zastosujmy teraz ten model do pojęcia Boga. Wtedy „Bóg” odnosi się do pewnego abstrakcyjnego ideału g , który nazywamy I-pojęciem Boga. Ponadto możemy określić listę cech posiadanych przez ideał g , którą nazywamy D-pojęciem Boga. Tę analizę Silvestre zakończył kluczowym stwierdzeniem, że podczas gdy mamy tylko jedno I-pojęcie Boga, możemy mieć wiele D-pojęć Boga. Możemy przecież charakteryzować ten sam obiekt (również obiekt abstrakcyjny) w różny sposób.

W jaki sposób rozwiązuje to postawione wyżej problemy? *Pojęciową jedność* zapewnia nam to, że wszystkie D-pojęcia Boga opisują jeden i ten sam obiekt: ideał g , który łączy („wiąże”) je wszystkie jako pojęcia Boga. Dodatkowo to, że mamy tylko jedno I-pojęcie Boga, które w tradycyjnym ujęciu jest tym właściwym (*actual*) pojęciem Boga, gwarantuje nam, że istnieje tylko jeden obiekt, który je spełnia. Co rozwiązuje problem *jedyności ekstensji*.

Silvestre zakończył wystąpienie, formułując dwie istotne uwagi. Po pierwsze stwierdził, że jego teoria pojęć idealnych jest w prosty sposób formalizowalna w logice modalnej pierwszego rzędu¹¹. Po drugie zaś zaznaczył, że na gruncie tej koncepcji można mówić o akceptowalności D-pojęć Boga, a co za tym idzie, o większej lub mniejszej akceptowalności jednego D-pojęcia względem drugiego.

¹¹ Silvestre mówił tu o Simplest Quantified Modal Logic (SQML), która definiuje klasę logik modalnych pierwszego rzędu. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w suplemencie do artykułu: Ch. Menzel, *Actualism*, w: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2018 Edition), ed. E.N. Zalta, URL: <https://plato.stanford.edu/entries/actualism/SQML.html>.