EDUKACJA FILOZOFICZNA ARTYKUŁY I ROZPRAWY
Vol. 48 2009

BOGUSŁAW WOLNIEW1CZ
Uniwersytet Warszawski

O TAK ZWANYM WYWODZIE JAK Z PROCY

1. Tak zwany „wywód jak z procy” *(the slingshot argument*) ma pokazywać, że gdy zdaniom przypiszemy podobnie jak nazwom jakieś korelaty semantyczne, to takich korelatów może być tylko dwa: jeden dla wszystkich zdań prawdziwych, drugi dla fałszywych - czyli jak u Fregego. A mówi się, że jest ‚jak z procy”, bo do tego niespodziewanego wniosku dochodzi się tam w paru prostych krokach i oparłszy się jedynie na dwu mało spornych założeniach.
Oto te założenia:

(W) Zasada Wittgensteina: zdania logicznie równoważne mają ten sarn korelat semantyczny.

(F) Zasada Fregego: jeżeli składnik zdania zastąpić innym, ale o tym samym korelacje semantycznym, to korelat semantyczny całości się nie zmieni.

Dla nazw tożsamość ich korelatów semantycznych wyraża znak równości. By wyrazić ją także dla zdań, Suszko wprowadził do formalizmu logiki spójnik identyczności, pisząc go "*p* º *q”*. Można go czytać „to, że *p,* jest tym samym, co to, że *q”*. Tak np. to, że Jan jest ojcem Jasia, jest tym samym co to, że Jasio jest synem Jana. Jeżeli dopuszczone korelaty semantyczne zdań nazwiemy za *Traktatem* Wittgensteina „sytuacjami” *(Sachlagen),* to można rzec, że spójnik identyczności wyraża tożsamość przedstawianych tymi zdaniami sytuacji.

Suszko scharakteryzował swój spójnik identyczności trzema warunkami: że ma on cechy równości; że jest kongruencją względem spójników prawdziwościowych; oraz że implikuje równoważność materialną, czyli że

(l.l) p º *q* « *q*

Z warunku (1.1) wynika, że zdania sprzeczne muszą mieć różne korelaty, więc sytuacji jest co najmniej dwie. (Bo podstawiwszy w formule (1.1) *q/~p*, otrzymujemy przez transpozycję i oderwanie: ~(p º Øp).)

Wywód „z procy” ma zaś pokazywać, że jest ich co najwyżej dwie;

czyli że implikacja odwrotna do (1.1):

(1.2) p <=> *q* *p* º *q* ,

którą Suszko nazywa „aksjomatem Fregego”, wynika z założeń jego systemu.

Wywód „z procy” ma już swoją literaturę. Wczesną pozycją jest: D. Davidson *Truth and Meaning*, „Synthese” 1967, s. 305/6 (polski przekład w tegoż: *Eseje* ..., Warszawa 1980, s. 6). Najnowszymi zaś są: Anna Wojtowicz: *Znaczenie nazw a znaczenie zdań.* Warszawa 2007 (rozdz. 5 *Argument slingshot)'*, oraz Y. Shramko, H. Wansing: *The Slingshot Argument and Sentential Identity.* “Studia Logica” 91/2009. Pierwsza go podważa, dwaj drudzy bronią.

Wywód „z procy” ma kilka wariantów, różniących się jednak tylko ornamentacją formalną. Niżej dajemy jego ujęcie najprostsze i najbardziej naturalne, ukazujące też najwyraźniej jego szkielet logiczny.

2. Zapiszmy zasady (W) i (F) formalnie. Niech wyrażenia postaci „Ø(p)” znaczą „to, że p, jest tezą logiki”. Zasadę (W) piszemy wtedy jako

(W’) Ø p <=> *q*Þ *p* = *q* .

Trudniej wyrazić formalnie zasadę (F). W wywodzie „z procy” nie korzysta się z niej jednak w całej ogólności. Dlatego starczy, że wyraża ona ekstensjonalność spójnika identyczności względem predykatu identyczności. Niech *„K(..)*” będzie schematem dowolnego kontekstu zdaniowego o jednym miejscu wolnym na argument nazwowy. Zasadę (F) piszemy wtedy jako

Tak więc zasada (F’) nie jest tylko zwykłym prawem ekstensjonalności, lecz jego wersją wzmocnioną, w której spójnik równoważności materialnej zastąpiono spójnikiem identyczności.

3. Wywód „z procy” opiera się na chwycie czysto formalnym. Wprowadza się pewien funktor kategorii n/z: nazwotwórczy od argumentu zdaniowego. Na argumencie ma on być przy tym prawdziwościowy: wartość wyrażanej nim funkcji ma zależeć tylko od wartości logicznej stojącego pod nim zdania.

Wartości tych zatem też nie może być więcej niż dwie.

Funktor „procowy” będziemy zapisywać jako ,,r(p)”. W obiegu są trzy jego wersje interpretacyjne:

(1) $r(p) = \{x: x = x \wedge p\}$ - (Davidson);

(2) $r(p) = \{x‘. x = a \wedge p\}$ - (Wojtowicz);

(3) $r(p)$ - (i x)($x = a \wedge p)$ - (Shramko/Wansing),

przy czym w obu ostatnich stała „a” ma być nazwą jakiegokolwiek ustalonego obiektu. Zależnie od interpretacji, postuluje się przy tym następujący związek tej funkcji z jej argumentem:

(1) $r(p) = U$ <=> p ;

(2) r(p) $= \{a\}$ <=> p ;

(3) r(p) $= a$ <=> p .

W postulacie (1) stała U oznacza uniwersum przedmiotów przebiegane przez zmienną x. Gdy zaś przyjąć dla celów wywodu, że uniwersum to jest jednoelementowe, $U = \{a\}$, to postulat (1) pokryje się z postulatem (2).

Wywód „z procy” przebiega tak samo w każdej wersji. Rozważymy więc tylko wersję (1), przy której staje się on logicznie najbardziej przejrzysty.

4. W „procy” uderza zaraz na wstępie pewna niejasność. Wyrażenie ,,r(p)” pełni tam rolę podwójną: funktora nad zmienną zdaniową p, oraz operatora wiążącego zmienną nazwową x. Brak zwłaszcza wyjaśnienia, jak ten operator ma się do stojącej pod nim koniunkcji, gdy jednym z jej członów jest pełne zdanie. (Albo ogólniej: gdy jest nim formuła bez zmiennej podoperatorowej wolnej.) Czy rozkłada się jak zwykle według wzoru

$$\{ x: \mathrm{a}(x) \mathrm{A}\ \mathrm{p} \} = \{ x: \mathrm{a}(x) \} \mathrm{A} \{ x: p \} ,$$

a jeżeli nie, to co taka koniunkcja pod tym operatorem właściwie znaczy?

Przyjmujemy to pierwsze, a ponadto kładziemy jako postulat znaczeniowy dla funkcji r(p) = { *x : p }:*

(4.1) r(p)=U <=> p oraz r(p) = Æ<=> Øp .

Pokrywa się to z praktyką w teorii modeli. (Patrz np. M. Przełęcki: *Logika teorii empirycznych.* Warszawa 1988, s. 21: „Przyporządkowujemy zdaniom dwie możliwe wartości: prawdę i fałsz, które mogą być utożsamiane, odpowiednio, z uniwersum modelu oraz ze zbiorem pustym".)

Kładąc teraz ,,α(*x*)" = „*x* = x", mamy:

{ *x:x = x* ∧ *p* } = *{x: x = x}* Ç { *x:p* }
= *U* Ç { *x: p* }
= { *x: p* }
= r(p) .

I widzimy, że w „procy" człon postaci ,,α(x)" występuje jałowo, jako logiczna dekoracja. Warunek (4.1) wystarczy.

5. Wywód procy" przebiega teraz w siedmiu krokach, co najlepiej pokaże poniższy grafik. Oto on:

p <=>

(1)Ý (3)Ý

r(p) = r (q)

q <=> r(q) = U

ß(5)

r(p) = U *r(q)= U*

(5) III III (6)

p o *q (*7)

W kroku (1) zakładamy poprzednik dowodzonej implikacji (1.2). W kroku (2) odwołujemy się do postulatu (4.1). Krok (3) mamy prosto z (1) i (2).

Krok (4) wymaga uzasadnienia. Wyjściowa równoważność (3) sama jest równoważna logicznie alternatywie

$$r(p) = U \wedge r(q) = U \text{ lub } \mathrm{r(p)}\ U = r(q) = U .$$

Z jej pierwszego członu równość (4) wynika wprost. Co zaś do drugiego, to dodając w postulacie (4.1) obie jego równoważności do siebie stronami, a potem odrywając lewą stronę tej sumy logicznej, otrzymujemy: r(p) = *U* lub r(p) = Æ. Zatem r(p) = *U znaczy,* że r(p) = Æ, co znowu daje równość (4).

W kroku (5) stosujemy zasadę (F’). Za kontekst bierzemy = *U*” i podstawiamy *x/r(p), y/r(q)* a potem w uzyskanej tak formule odrywamy wobec (4) jej następnik.

W kroku (6) wzmacniamy obie równoważności (2) według zasady (W’) do identyczności.

Krok (7) wynika z identyczności (5) i (6), dając tym samym następnik implikacji (1.2), co kończy wywód.

6. W tym miejscu jedna obiekcja nasuwa się od razu. Wywód „z procy” prowadzi się na gruncie pewnej teorii, jaką jest logika niefregowska (NFL). Ma on pokazywać, że względem tej teorii formuła (1.2) nie jest nowym aksjomatem, lecz jej tezą wtórną. Wniosek taki uzyskuje się jednak dodawszy coś uprzednio do teorii NFL: postulat znaczeniowy (4.1) którym wprowadzono do języka tej teorii nowy funktor, potem w dowodzonej formule (1.2) już nieobecny.

Tak więc w świetle „procy” formuła (1.2) wynika z teorii NFL + (4.1) a z samej tylko NFL nie wynika. I to jest zastanawiające. Narusza bowiem metodologiczną zasadę nietwórczości postulatów znaczeniowych. Można ją wyrazić tak: niech *T* będzie teorią, a .7(7) - językiem tej teorii (czyli najmniejszym językiem, w jakim jest ona wyrażalna). Oczywiście *T* Ì *J(T).* Niech teraz π będzie postulatem znaczeniowym, rozszerzającym ów język o jakieś nowe pojęcie, czyli wprowadzającym doń nowy termin lub funktor. Oczywiście π Ï *J(T).* Zasada nietwórczości wymaga wtedy, by zachodziła równość:

$$\mathrm{Cn}(T + \pi)\ Ç\ J(T) = T .$$

Znaczy to: wnioski z teorii T rozszerzonej o postulat gdy je obciąć do języka *J(T),* żadnych nowych względem niej tez obejmować nie mogą.

Gdy zaś jest inaczej - jak w przypadku wywodu „z procy” - znaczy to, że podawana za postulat znaczeniowy formuła π nie jest tylko wyrazem językowej konwencji, lecz kryje w sobie jakieś założenie rzeczowe na temat rozważanej w teorii *T* dziedziny.

7. Kroki (1) i (4) przebiegają według zwykłych prawideł logiki formalnej i niczego zarzucić im nie można. Implikacja

(4.1) => (*p* <=> *q* => *r*(*p*) = *r(q*))

jest tautologią: zachodzi niezależnie od tego, jak interpretujemy w niej stałe pozalogiczne „U", „Æ' i funktor ,,r(..)", byle z zachowaniem ich kategorii syntaktycznej, czyli tutaj *n* i *n/z.*

Nie kwestionujemy też kroku (5), bo spełnia warunki użytej w nim zasady Fregego (F').

Sprzeciw budzi krok (6). Stosując zasadę Wittgensteina (W') wzmacnia się postulowaną w (4.1) równoważność *,,r(p) = U <=> p"* do identyczności ,,r(p) = *U* º *p"*. Na jakiej podstawie? Użycie zasady (W') wymaga, by formuła według niej wzmacniana była tezą logiki. W naszym przypadku zatem równoważność ,,r(p) = (7 <=> p" musiałaby być równoważnością logiczną. I tę logiczność trzeba by wpierw wykazać. Tymczasem w żadnej z trzech wymienionych prac niczego się tu nie wykazuje, jakby rzecz była bezsporna. A nie jest.

Według Davidsona (jw.) zdania „p" i ,,r(p) = *U*" - drugie z nich pisane tam ozdobniej jako *{x:x = x ∧ p} = (x:x = x}* - „mają to samo odniesienie, są bowiem logicznie równoważne". I tyle.

Wojtowicz - odwołując się do założeń (W') i (F'), a nasze ,,r(p) = (*U*" zapisując po Davidsonowsku - pisze (s. 161): „zauważmy, że przy powyższych założeniach prawdziwe jest zdanie:

(ii) ‚p" jest logicznie równoważne *{a} = { x: p x = a }".*

Shramko/Wansing (s. 7) powtarzają tylko za Davidsonem, że zdania owe są *„logically equivalent"* i żadnej dyskusji tego tematu nie podejmują.

A dyskusja jest tu bardzo potrzebna. Bo podłóżmy w formule ,,r(p) = *U* <=> p" interpretację chociażby taką:

zdanie p = „Ziemia się kręci"
r(p) = ogół słów ze zdania p
U = ogół liczb naturalnych.

Otrzymujemy wtedy taką oto równoważność, rzekomo „logiczną":
zbiór {„Ziemia", „kręci", „się"} = ogół liczb naturalnych <=> Ziemia się kręci.

Tymczasem równoważność ta jest fałszywa, bo choć Ziemia faktycznie się kręci, to jednak mająca z tego faktu wynikać równość dwu wskazanych zbiorów oczywiście nie zachodzi.

W ten sposób wywód ‚jak z procy” upada. Nie znaczy to jednak jeszcze, że upada także jego konkluzja, bo wykazywana w nim nieskutecznie identyczność ,,r(p) = *U* º *p”* zachodzi być może z jakichś innych, pozalogicznych powodów.

8. W dyskusjach nad „procą” główną rolę gra funkcja r(p), w którymkolwiek z jej stylistycznych wariantów. Wprowadza się ją tam jednak zawsze byle jak, zróbmy to więc porządniej.

Niech *U* będzie dowolnym uniwersum przedmiotów; i nich *x* będzie dowolnym obiektem z tegoż *U* rodem, tzn. bądź elementem *U*, bądź jakimś tworem mnogościowym nad *U*. Wprowadzamy teraz predykat ‚*R*(*x*,*p*)” o kategorii syntaktycznej *z/n,z* , który czytamy: „obiekt *x* reprezentuje w *U* to, że p”. Predykat ten określają dwa postulaty:

(8.1) *R*(*x*,*p*) ∧ *R(y,p)* => *x* = *y* .

Czyli: każde zdanie ma w *U* najwyżej jednego reprezentanta.

(8.2) *p* => *R(U,p)* ∧ Øp => *R*(Æ,*p*) .

Czyli: reprezentantem każdego zdania prawdziwego jest zbiór pełny, a każdego fałszywego - zbiór pusty.

W (8.2) poprzedniki obu implikacji dopełniają się, a wobec (8.1) następniki ich się wykluczają. Implikacje te tworzą zatem zamknięty układ twierdzeń, wolno je więc odwrócić; co daje tezę

(8.3) p <=> *R*(*U*,*p*) Øp <=> *R(*Æ,*p*) .

Dodając do siebie obie równoważności z (8.3) stronami, widzimy, że zachodzi

(8.4) *R(U,p)* lub *R*(Æ,*p*) .

Zachodzi także

(8.5) *R*(Æ,*p*) *R*(*U*, Øp) .

Bo założywszy *R(*Æ,*p)* mamy Øp wobec (8.3 b). Podstawiając zaś w (8.3 a) *p/*Ø*p*, widzimy, że daje to *R(U,* Ø*p).* Wywód w drugą stronę jest analogiczny.

Równoważność

(8.6) Ø*R*(*x*,*p*) <=> *R(x,* Ø*p)*

wykażemy jedynie dla przypadku *x* = *U;* wywód dla *x* = Æ przebiega analogicznie. Połóżmy więc najpierw Ø*R(U,p).* Wobec (8.4) znaczy to, że *R*(Æ,*p*), co przez (8.5) daje *R(U,* Ø*p).* Kładąc zaś odwrotnie *R(U,* Øp) mamy znowu wobec (8.5) *R(*Æ*,p),* co przez (8.1) daje nam Ø *R(U, p).*

Wobec (8.4) każde zdanie ma swego U-reprezentanta, a wobec (8.1) tylko jednego. Relacja *R(x,p)* jest zatem funkcją i wolno nam teraz położyć definicyjnie:

(8.7) *r(p)=x* <=> *R(x,p)* .

Podstawiając w (8.7) raz *x/U*, raz *x/0*, otrzymujemy przez (8.3):

(8.8) r(p) = *U* <=> *p* ∧ r(p) = Æ <=> Ø*p* ,

Czyli formułę identyczną z postulatem (4.1).

Wreszcie mamy też

(8.9) *r*(*p*) = r(*q*) <=> *(P <=> q)*

Istotnie, wobec (8.4) i (8.7) równość r(p) = *r(q)* jest równoważna alternatywie „*r*(*p*) = *U* ∧ *r(q)* = *U* lub *r(p)* = Æ ∧ *r(q)* = Æ'. Ta zaś wobec (8.2) jest równoważna alternatywie „*p* ∧ *q* lub Ø*p* ∧ Ø*p* Arównoważnej z kolei logicznie formule *p* <=> *q*.

Zauważmy, że żadna z wykazanych w tym punkcie równoważności nie jest równoważnością logiczną: wszystkie są następstwem postulatów znaczeniowych (8.1) i (8.2) określających sens predykatu *R*(*x*,*p*). Dla „procy" żadnego więc z nich pożytku być nie może. Kto którąkolwiek z nich w owym wywodzie przyjmuje, popełnia błąd znany jako *petitio principii,* uroszczenie założenia: opiera się na przesłance równie spornej jak teza, której usiłuje dowieść.

Summary

The argument is shown to be faulty on two counts. Firstly, its thesis violates the requirement for meaning postulates to be deductively non-creative. Secondly, applying the Wittgenstein principle is a sleight of hand there.

Key words: deductively non-creative, sleight of hand.