

MIECZYŚLAW OMYŁA
Uniwersytet Warszawski

FILOZOFICZNE ASPEKTY JĘZYKA LOGIKI NIEFREGOWSKIEJ

*Profesorowi Bogusławowi Wolniewiczowi
w kolejną rocznicę urodzin.*

1. WPROWADZENIE

Termin „logika niefregowska” wprowadził do literatury logicznej Roman Suszko w pracy [1]. Bezpośrednią inspiracją dla niego była monografia Bogusława Wolniewiczza *Rzeczy i fakty. Wstęp do pierwszej filozofii L. Wittgensteina*. Niemniej jednak korzeni logiczno-filozoficznych tej logiki dopatrywać się należy zarówno w pracach J. Łukasiewicza dotyczących logik wielowartościowych, jak i w pracach K. Ajdukiewicza dotyczących wyrażeń intensjonalnych oraz konotacji zdań, a także w pracach J. Łosia [1], [2].

Logika niefregowska jest formalnym rachunkiem logicznym i może być uprawiana i rozwijana bez przyjmowania jakichkolwiek założeń dotyczących natury rzeczywistości. Niemniej jednak wyrosła ona z motywacji filozoficznych i ma zastosowania w formalizacji ontologii sytuacji oraz w pewnego typu klasyfikacji rachunków logicznych, jako pewnych szczególnych przypadków logiki niefregowskiej. Wartość jej jednak — jak sądzę — nie sprowadza się wyłącznie do logiczno-filozoficznych zastosowań.

Układ pracy jest następujący: najpierw rozważa się filozoficzne konsekwencje założenia przyjmowanego w klasycznej logice, że jedynymi spójnikami języka są spójniki prawdziwościowe, a następnie omawia się motywy przemawiające za przyjęciem do języka logiki spójnika identity oraz kwantyfikatorów wiążących zmienne zdaniowe.

2. LOGIKA FREGOWSKA

Terminu „logika fregowska” używa się zamiennie z nazwą logika klasyczna. Logika ta charakteryzuje się tym, że jedynymi spójnikami jakie uwzględnia, są spójniki prawdziwościowe. Znaczy to, że wartość logiczna zdania złożonego ze zdań prostych zależy tylko i wyłącznie od wartości logicznych zdań składowych, a nie zależy od treści tych zdań i od kontekstu, w którym te zdania występują. Nazwa „logika fregowska” dla logiki klasycznej bierze się z następujących dwu powodów:

1. Gottlob Frege przedstawił pierwszą w pełni sformalizowaną wersję klasycznego rachunku zdań.

2. Frege przyjmował jako konsekwencję swojej semantyki to, że zdania są nazwami szczególnego rodzaju przedmiotów zwanych przez niego przedmiotami logicznymi. Pisz o tym Frege w pracy *Über Sinn und Bedeutung* w następujący sposób:

„Każde zdanie oznajmujące, w którym istotną rolę gra znaczenie wyrazów, traktujemy więc jako nazwę, której znaczeniem — jeżeli takie istnieje — jest Prawda lub Fałsz. Te dwa przedmioty uznaje milcząco każdy, kto żywi jakieś przekonania, a więc i sceptyk.

...Cóż bowiem poza wartością logiczną może nie zmieniać się przy takiej zamianie w każdym zdaniu, w którym gra w ogóle jakąś rolę znaczenie składników?”

Przyjmowane przez Fregego założenie:

Wszystkie zdania prawdziwe mają to samo semantyczne odniesienie i analogicznie wszystkie zdania fałszywe mają również jedno wspólne semantyczne odniesienie,

nazwał Suszko *semantyczną wersją aksjomatu Fregego*. Założenie to, według Suszki znajduje odzwierciedlenie we współczesnej semantyce.

Współczesna semantyka naukowa to przede wszystkim teoria interpretacji pewnych fragmentów języków potocznych lub języków poszczególnych nauk. Według tych interpretacji przedstawianą w języku rzeczywistość ujmuje się jako uniwersum pewnych przedmiotów (zbiór, którego elementy są wartościami zmiennych nazwowych, a wyróżnione obiekty w tym uniwersum oznaczone są nazwami), posiadających określone własności i pozostające w pewnych relacjach. Współczesna semantyka naukowa jest więc teorią związków między językami a strukturami typu:

$$(1) \quad \mathbf{M} = \langle U; \{a_i : i \in I\}; R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$$

gdzie:

U jest uniwersum przedmiotów o których się mówi w danym języku, $\{a_i : i \in I\}$ jest zbiorem przedmiotów wyróżnionych w U , a R_1, R_2, \dots, R_n są własnościami i relacjami określonymi w zbiorze U .

Niech L będzie językiem predykatów I-go rzędu dobudowanym jako aparat pojęciowy do struktury typu (1), czyli L jest językiem w alfabecie, którego występują następujące rodzaje symboli:

(i) zmienne nazwowe: x_1, x_2, \dots (ii) stałe nazwowe: c_1, c_2, \dots (iii) predykaty: P_1, P_2, \dots (iv) spójniki prawdziwościowe, (v) kwantyfikatory: \forall (ogólny), \exists (egzystencjalny).

Modelem dla języka L , w którym określona jest logika klasyczna, jest dowolna spośród struktur typu (1). Wartość semantyczna dowolnej formuły zdaniowej lub nazwowej w modelu M zależy na ogół od wartości zmiennych języka L w danym modelu. Aby więc wyliczyć wartość semantyczną dowolnego wyrażenia języka L , wprowadza się pojęcie wartościowania zmiennych języka L w dowolnym zbiorze U . Niech Var oznacza zbiór wszystkich zmiennych nazwowych języka L , a U dowolny niepusty zbiór. Dowolną funkcję:

$$f: Var \mapsto U$$

nazywamy wartościowaniem zmiennych nazwowych języka L w zbiorze U . W oparciu o wartościowanie f określamy funkcję:

$$f_i^a(x^k) = \begin{cases} a & \text{gdy } i=k \\ f(x) & \text{gdy } i \neq k \end{cases}$$

Funkcja f_i^a jest również wartościowaniem zmiennych języka **L** w zbiorze U i różni się od wartościowania zmiennych f co najwyżej tym, że dla zmiennej x_i przyjmuje z góry ustaloną wartość a ze zbioru U .

Definicja 1.

Dla dowolnego wartościowania zmiennych f w zbiorze U , funkcję wartości formuł zdaniowych i nazwowych:

$$\| \cdot ; f \| : S \cup N \mapsto U \cup \{0,1\}$$

(gdzie:

S — zbiór wszystkich formuł zdaniowych języka **L**,

N — zbiór formuł nazwowych języka **L**,

U — niepusty zbiór będący uniwersum modelu **M**,

$0,1$ — wartości logiczne odpowiednio fałszu i prawdy)

określamy w następujący sposób:

(i) $\| x_k ; f \| = f(x_k)$

(ii) $\| c_k ; f \| = a_k$

(iii) $\| P_k(x_1, x_2, \dots, x_{k_i}); f \| = \begin{cases} 1 & \text{gdy } \langle f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n) \rangle \in R_i \\ 0 & \text{gdy } \langle f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n) \rangle \notin R_i \end{cases}$

(iv) $\| \neg \alpha ; f \| = 1$ gdy $\| \alpha ; f \| = 0$

(v) $\| \alpha \Rightarrow \beta ; f \| = 1$ gdy $\| \alpha ; f \| = 0$ lub $\| \beta ; f \| = 1$.

(vi) $\| \forall x_k \alpha ; f \| = 1$ gdy, dla każdego $a \in U$, $\| \alpha ; f_k^a \| = 1$

(vii) $\| \exists x_k \alpha ; f \| = 1$ gdy, dla pewnego $a \in U$, $\| \alpha ; f_k^a \| = 1$.

Posługując się funkcją wartości formuł, danego języka **L** w ustalonym modelu **M** określamy pojęcie funkcji wyznaczonej przez formułę zdaniową języka **L** za pomocą następujących definicji:

Definicja 2.

Funkcję:

$$g : U \mapsto \{0,1\}$$

nazywamy funkcją wyznaczoną przez formułę zdaniową języka **L** w modelu **M** zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje wartościowanie zmiennych $f : Var \mapsto U$, oraz formuła α języka **L** taka, że dla pewnej zmiennej x_k zachodzi związek:

$$\text{dla każdego } a \in U: g(a) = \| \alpha ; f_k^a \|$$

Oznaczmy przez Δ zbiór wszystkich funkcji wyznaczonych przez formuły zdaniowe języka **L**. Niech **M** będzie zwykłym, czyli standardowym modelem dla języka **L**, wprowadzimy teraz pojęcie *fregowskiego modelu* dla danego języka predykatów.

Definicja 3.

Modelem fregowskim wyznaczonym przez standardowym model \mathbf{M} nazywamy strukturę określoną w następujący sposób:

$$\mathbf{M}_F = \langle B_2; U; \{a_i : i \in I\}; \underline{R}_1, \underline{R}_2, \dots, \underline{R}_n, \bigcap, \bigcup \rangle$$

gdzie $B_2 = \langle \{0,1\}, \neg, \Rightarrow \{1\} \rangle$ jest dwuelementową matrycą logiczną z operacjami odpowiadającymi spójnikom logicznym: $\neg, \Rightarrow \rightarrow \underline{R}_1, \underline{R}_2, \dots, \underline{R}_n$ są funkcjami charakterystycznymi odpowiednio relacji: R_1, R_2, \dots, R_n .

\bigcap, \bigcup są funkcjami określonymi na zbiorze Δ funkcji wyznaczonych przez formuły języka \mathbf{L} o wartościach w zbiorze wartości logicznych $\{0,1\}$, takimi, że spełnione są warunki:

$$\begin{aligned} (q_1) \quad \bigcap g &= 1, \text{ gdy dla każdego } a \in U, g(a) = 1 \\ (q_2) \quad \bigcup g &= 1, \text{ gdy istnieje } a \in U \text{ takie, że } g(a) = 1 \end{aligned}$$

Dowolny model fregowski \mathbf{M}_F dla danego języka \mathbf{L} ma własność, że dowolne wyrażenie nie będące znakiem czysto syntaktycznym, tzn. nawiasem lub przecinkiem, ma w rozważanym modelu swoje odniesienie semantyczne. W szczególności:

(a) odniesieniem semantycznym zmiennych indywidualowych jest zbiór, który te zmienne przebiegają, czyli uniwersum modelu \mathbf{M} ,

(b) każdej nazwie odpowiada dokładnie jeden przedmiot będący desygnatem tej nazwy w danym modelu,

(c) każdej formule zdaniowej zawierającej zmienne wolne model \mathbf{M} funkcję g określoną w U i o wartościach w zbiorze wartości logicznych, przy czym funkcja g jest tyłuargumentowa, co skorelowana z nią formuła zdaniowa,

(d) każdemu zdaniu języka \mathbf{L} model jednoznacznie przyporządkowuje jedną z dwu wartości logicznych: prawdę lub fałsz.

Nazwa *model fregowski* bierze się z stąd, że struktura \mathbf{M}_F odzwierciedla w dużej mierze poglądy ontologiczne i semantyczne Fregego. Według Fregego bowiem — z ontologicznego punktu widzenia — wyróżniamy dwa rodzaje bytów: przedmioty i funkcje. Klasy przedmiotów i funkcji są rozłączne. Żaden bowiem przedmiot nie jest funkcją. Różnica między przedmiotem i funkcją w języku ujawnia się w ten sposób, że wyrażenia odnoszące się do funkcji zawierają miejsca puste, niewypełnione; dzisiaj powiedzielibyśmy raczej, że zawierają zmienne wolne. Zdania nie zawierają zmiennych wolnych i dlatego, według Fregego, są również nazwami tylko ze względu na swoją specyfikę (posiadają konsekwencje logiczne) nazwami szczególnego rodzaju przedmiotów zwanych przez niego przedmiotami logicznymi. W modelu fregowskim \mathbf{M}_F zbiór U reprezentuje uniwersum przedmiotów zwykłych, a B_2 jest algebrą na przedmiotach logicznych. Korelatami semantycznymi predykatów, spójników, kwantyfikatorów oraz wszelkich wyrażeń zawierających zmienne wolne są odpowiednie funkcje, wyznaczone przez model \mathbf{M} .

Ze względu na to, że uniwersum korelatów semantycznych zdań dowolnego języka predykatów I-go rzędu, w którym obowiązuje logika klasyczna jest dwuelementowe, dlatego też nie ma potrzeby wzbogacać alfabetu tych języków o zmienne zdaniowe tj. zmienne, za które podstawia się zdania i które to zmienne przebiegają uniwersum

korelatów semantycznych zdań. Dla modelu fregowskiego M_F języka języka L zachodzi semantyczna wersja aksjomatu Fregego, która głosi, iż wszystkie zdania prawdziwe mają jeden i ten sam korelat semantyczny i podobnie jak wszystkie zdania fałszywe danego języka mają również jeden wspólny korelat semantyczny. Dla prostoty wspólny korelat semantyczny zdań prawdziwych za Łukasiewiczem utożsamiamy z Bytem i oznaczamy przez 1, a wspólny korelat semantyczny zdań fałszywych utożsamiamy z Niebytem i oznaczamy przez 0.

3. JĘZYK NIEFREGOWSKIEJ LOGIKI ZDANIOWEJ

Zgodnie z *fregowską teorią modeli* wartością semantyczną dowolnego zdania jest jego wartość logiczna. W przeciwieństwie do Fregego L. Wittgenstein uważał, że zdania nie są nazwami żadnych przedmiotów, tylko są obrazami logicznymi sytuacji. W *Traktacie logiczno-filozoficznym* L. Wittgenstein pisze bowiem:

4. 03 ...Zdanie powiadamia nas o pewnej sytuacji, a zatem jego związek z sytuacją musi być istotny. Związek ten polega właśnie na tym, że jest ono jej obrazem logicznym.

4. 06 Zdanie może być prawdą lub fałszem tylko dzięki temu, że jest obrazem rzeczywistości.

Według *Traktatu* Wittgensteina zdanie bezpośrednio odnosi się do sytuacji, a dopiero dzięki tej sytuacji jest prawdziwe lub fałszywe. Jeżeli zdanie przedstawia sytuację zachodzącą w rzeczywistości czyli fakt, to jest prawdziwe, w przeciwnym przypadku jest fałszywe. W niniejszej pracy nie będziemy dyskutować takich problemów jak: Czym są sytuacje?; Jaka jest formalna reprezentacja sytuacji? Jaka rolę odgrywa pojęcie sytuacji w teorii znaczenia? Przyjmować będziemy jedynie, że zdania dowolnego języka zinterpretowanego przedstawiają sytuacje oraz, że 'zachodzenie sytuacji bądź też ich nie zachodzenie czyni poszczególne zdania prawdziwymi lub fałszywymi. Ponadto zakładać będziemy dla dowolnego języka L następujące kryterium identyfikacji sytuacji:

Dla dowolnych zdań α , β języka L , zdania te przedstawiają tę samą sytuację zawsze i tylko wtedy, gdy zdania te są wzajemnie wymienne w wszystkich kontekstach zdaniowych rozważanego języka L bez zmiany wartości logicznej.

Kryterium to możemy zapisać za pomocą schematu:

$$h(\alpha) = h(\beta) \Leftrightarrow \forall \gamma (v(\gamma(\alpha)) = v(\gamma[\alpha/\beta]))$$

gdzie: α , β i γ są dowolnymi zdaniami języka L , v jest funkcją przyporządkowującą zdaniom wartości logiczne, a h jest funkcją przyporządkowującą zdaniom przedstawiane przez nie sytuacje. Roman Suszko (1919–1979) pod wpływem wielu krzyżujących się wpływów logiczno-filozoficznych (mam tutaj na myśli takie prace, jak Ajdukiewicz [1], [2], Łoś [1], Wittgenstein [1], Wolniewicz [1]) podjął próbę jednolitego spojrzenia na pewną klasę rachunków logicznych, takich jak: klasyczny rachunek zdań, klasyczny rachunek predykatów, niektóre logiki modalne, oraz skończenie wartościowe logiki Łukasiewicza.

Według Suszki, wymienione tu rachunki logiczne są szczególnymi przypadkami pewnej ogólniejszej logiki zwanej przez niego logiką niefregowską. Szczegółowość ich polega na tym, że oprócz czystej logiki zawierają one — zdaniem Suszki — pewne założenia ontologiczne dotyczące struktury uniwersum korelatów semantycznych zdań języków, w których dana logika obowiązuje.

Na przykład z twierdzeń klasycznego rachunku zdań wynika — na gruncie zasad niefregowskiej semantyki zdań — że uniwersum zmiennych zdaniowych jest dwuelementową algebrą Boole'a. Z twierdzeń logicznych skończenie wartościowych logik Łukasiewicza wynika, że uniwersum zmiennych zdaniowych jest skończenie wartościową liniowo uporządkowaną algebrą, a z twierdzeń logicznych pewnych modalnych rachunków logicznych wynika, że uniwersum korelatów semantycznych zdań jest pewną topologiczną algebrą Boole'a. W każdej z tych algebr wyróżniony jest dokładnie jeden element jako korelat semantyczny wszystkich zdań prawdziwych danego języka. Najsilniejsze założenie dotyczące struktury korelatów semantycznych zdań jest przyjmowane w logice klasycznej. Bowiem w języku, w którym obowiązuje logika klasyczna, wartość logiczna zdania złożonego nie zależy od przedstawionej przez to zdanie sytuacji, tylko zależy od wartości logicznej zdań składowych. Bierze się to stąd, że jedynymi spójnikami w języku, w którym obowiązuje logika klasyczna, są spójniki prawdziwościowe. Aby w danym języku można było formułować w pełni sformalizowane teorie korelatów semantycznych zdań tego języka — to, zdaniem Suszki, w alfabecie tego języka winny występować między innymi: (1) zmienne zdaniowe: p_1, p_2, \dots (2) spójniki prawdziwościowe: \neg, \Rightarrow , (3) spójnik identyczności (który w ogólności jest nieprawdziwościowy), (4) kwantyfikatory wiążące zmienne zdaniowe.

Spójniki prawdziwościowe są bowiem nieodzowne do formalizacji wszelkich rozumowań, a za pomocą spójnika identyczności zapisujemy to, że dwa zdania przedstawiają tę samą sytuację. Natomiast kwantyfikatory wiążące zmienne zdaniowe są potrzebne do formułowania ogólnych i egzystencjalnych twierdzeń dotyczących uniwersum sytuacji.

Jeżeli w języku nie występują zmienne zdaniowe, to język ten, zdaniem Suszki, nie nadaje się do pełnej formalizacji teorii sytuacji, tylko co najwyżej do formalizacji teorii zdarzeń, jako zreifikowanych odpowiedników sytuacji. Piszę o tym Suszko w pracy [2].

L I T E R A T U R A

Ajdkiewicz K.:

[1] *Intensional Expressions*. „*Studia Logica*” 20, 1967, s. 63–86.

[2] *Proposition as the connotation of sentence*. „*Studia Logica*” 20, 1967, s. 87–98.

Frege G.:

[1] *Pisma semantyczne*. Przekład B. Wolniewicz. Warszawa 1977.

Łoś J.:

[1] *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensionalnych*. „*Kwartalnik Filozoficzny*” 17, 1948, s. 59–78.

- [2] *O matrycach logicznych*. Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, Seria 19, B, Wrocław 1949.

Omyła M.:

- [1] *Zarys logiki niefregeowskiej*. Warszawa 1986.
[2] *Principles of Non-Fregean Semantics for Sentences*. Abstract. „Journal of Symbolic Logic”, 55, 1990, s. 422–423.

Suszko R.:

- [1] *Non-Fregean logic and theories*. „Analele Universitatii Bucuresti”, Acta Logica 11, 1968, s. 105–125.
[2] *Reifikacja sytuacji*. „Studia Filozoficzne” 2, 1971, s. 65–82.
[3] *Abolition of the Fregean Axiom*. „Lecture Notes in Mathematics” 453, 1975, s. 169–239.
[4] *Remarks of Łukasiewicz's three-valued logic*. „Bulletin of the Section of Logic” 4/3, 1975, s. 87–90.

Wittgenstein L.:

- [1] *Tractatus logico-philosophicus*. Przekład B. Wolniewicz, Warszawa 1970.

Wolniewicz B.:

- [1] *Rzeczy i fakty. Wstęp do pierwszej filozofii Wittgensteina*. Warszawa 1968.
[2] *Ontologia sytuacji*. Warszawa 1985.